

# Aufnahmeprüfung BM1 2022

## Mathematik

### Lösungen

Allgemeine Hinweise für die Experten:

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden, hat die Prüfung Überhang: Note 6 für 30 von 36 Punkten.

Notenskala:

Punkte	Note	Punkte	Note
0	1	17.5	4
0.5	1	18	4
1	1	18.5	4
1.5	1	19	4
2	1.5	19.5	4
2.5	1.5	20	4
3	1.5	20.5	4
3.5	1.5	21	4.5
4	1.5	21.5	4.5
4.5	1.5	22	4.5
5	2	22.5	4.5
5.5	2	23	4.5
6	2	23.5	4.5
6.5	2	24	5
7	2	24.5	5
7.5	2	25	5
8	2.5	25.5	5
8.5	2.5	26	5
9	2.5	26.5	5
9.5	2.5	27	5.5
10	2.5	27.5	5.5
10.5	2.5	28	5.5
11	2.5	28.5	5.5
11.5	3	29	5.5
12	3	29.5	5.5
12.5	3	30-36	6
13	3		
13.5	3		
14	3		
14.5	3.5		
15	3.5		
15.5	3.5		
16	3.5		
16.5	3.5		
17	3.5		

## 1. Terme vereinfachen

1.5 / 1.5 / 2 Punkte

	Lösungen	Punkte	Hinweise
a)	$7a - (5b + 2a) - (3b - 2a + (3b + a)) =$ $7a - 5b - 2a - (3b - 2a + 3b + a) =$ $7a - 5b - 2a - 3b + 2a - 3b - a =$ $\underline{\underline{6a - 11b}}$	1  0.5	Alle Klammern aufgelöst  Resultat  Pro Fehler -0.5P
b)	$\frac{5(x+y)}{2x} \cdot \frac{3x}{25(x+y)} = \frac{3}{10}$ <p>Alternativ: <math>\frac{15x(x+y)}{50x(x+y)} = \frac{3}{10}</math> bzw. <math>\underline{\underline{0.3}}</math></p>	1.5	Korrekt gekürzt  Kürzen aus Summen -1P Zahlen nicht gekürzt -0.5P
c)	$a + \frac{a+1}{2} - \frac{a-2}{4}$ $\frac{4a + 2(a+1) - (a-2)}{4}$ $\frac{4a + 2a + 2 - a + 2}{4}$ $\frac{5a + 4}{4}$ <p>Alternativ: <math>\underline{\underline{\frac{5a}{4} + 1}}</math> oder auch <math>\underline{\underline{1.25a + 1}}</math></p>	1  0.5  0.5	Gleichnamig, korrekt erweitert  Klammern auflösen  Resultat  Pro Fehler: -0.5P / Kürzen aus Summen -1P

## 2. Faktorisieren

1 / 1 / 1.5 Punkte

	Lösungen	Punkte	Hinweise
a)	$21ab + 14a + 7ac =$ $\underline{\underline{7a(3b + 2 + c)}}$	1	Korrekt faktorisiert  Falsch: 0P
b)	$a^2 - 6a + 9 =$ $\underline{\underline{(a-3)^2}} \text{ bzw. } \underline{\underline{(a-3)(a-3)}} \text{ bzw. } \underline{\underline{(3-a)^2}}$	1	Korrekt faktorisiert  Falsch: 0P

c)	$2a^3 - 2a^2 - 24a =$	0.5	ausklammern
	$2a(a^2 - a - 12) =$		
	<u><u><math>2a(a - 4)(a + 3)</math></u></u>	1	Korrekt faktorisiert Nicht vollständig faktorisiert -0.5P

## 3. Gleichungen auflösen

2.5 / 3 / 3 Punkte

	Lösungen	Punkte	Hinweise
a)	$75 - 3(x + 21) = 84 - 3(3x + 4)$ $75 - 3x - 63 = 84 - 9x - 12$ $12 - 3x = 72 - 9x \quad   +9x - 12$ $6x = 60 \quad   :6$ $\underline{\underline{x = 10}}$	1  1  0.5	Klammern aufgelöst  x separiert  Resultat  Pro Fehler: -0.5P
b)	$(x + 1)^2 + 3(x - 2) = (3 - x)(4 - x)$ $x^2 + 2x + 1 + 3x - 6 = 12 - 3x - 4x + x^2$ $x^2 + 5x - 5 = x^2 - 7x + 12 \quad   -x^2 + 7x + 5$ $12x = 17 \quad   :12$ $\underline{\underline{x = \frac{17}{12}}}$	1.5  1  0.5	Klammern aufgelöst  x separiert  Resultat  Pro Fehler: 0.5P
c)	$\frac{x + 1}{2} = 2 + \frac{x - 5}{4} + \frac{x - 2}{3} \quad   \text{HN: } 12$ $6(x + 1) = 12 \cdot 2 + 3(x - 5) + 4(x - 2)$ $6x + 6 = 24 + 3x - 15 + 4x - 8$ $6x + 6 = 7x + 1 \quad   -6x - 1$ $\underline{\underline{5 = x}} \text{ bzw. } \underline{\underline{x = 5}}$	1  1.5  0.5	HN korrekt / Korr. Erw.faktoren  Klammern aufgelöst  Resultat  Pro Fehler: 0.5P

**4. Textaufgabe**

**2 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Frau Hertig kauft sich ein neues Elektroauto mit einem Ausstellungsrabatt von 10%. Nach Abzug des Rabattes gibt ihr, da sie Stammkundin in der Garage ist, der Verkäufer eine weitere Preisreduktion von CHF 3'000.-. So bezahlt Frau Hertig schlussendlich CHF 48'300.- für den Neuwagen. Wieviel hätte das Elektroauto ursprünglich ohne Abzüge gekostet? Schreiben Sie einen Antwortsatz.</p> <p>Endpreis: 48'300. –</p> <p>vor Preisreduktion: 48'300Fr. + 3'000Fr. = 51'300Fr.</p> <p>51'300Fr. entsprechen 90% des ursprünglichen Preises</p> <p>ursprünglicher Preis = <math>\frac{51'300\text{Fr.}}{90} \cdot 100 = 57'000\text{Fr.}</math></p> <p>Das Auto hätte ursprünglich <u>57'000Fr.</u> gekostet.</p> <p>Alternative:</p> <p>Ansatz:           Preis: x                            Preis nach Reduktion: 0.9x                            Preis nach allen Abzügen: 0.9x - 3000</p> <p>Gleichung:    0.9x - 3000 = 48'300    + 3000                                            0.9x = 51'300    : 0.9                                            x = 57'000</p> <p><i>Das Auto hätte ursprünglich <u>57'000Fr.</u> gekostet.</i></p>	<p>0.5</p>	<p></p> <p>Korr. Ansatz</p> <p>Resultat</p> <p>Antwortsatz</p> <p>Pro Fehler: -0.5P</p> <p>Korrektur Ansatz</p> <p>Korrekte Gleichung</p> <p>x separieren</p> <p>Division &amp; Antwortsatz</p>

**5. Textaufgabe**

**3.5 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Ein Bauernbetrieb produziert 399 Liter Süssmost und verkauft diesen in Flaschen zu 5dl und 8dl. Dabei braucht es halb so viele 5dl-Flaschen wie es 8dl-Flaschen benötigt. Wie viele Flaschen jeder Art füllt der Betrieb zum Verkauf ab? Die Aufgabe muss mit einer Gleichung gelöst werden. Schreiben Sie einen Antwortsatz.</p> <p>Ansatz: 5dl – Flaschen: x      8dl – Flaschen: 2x</p> <p><math>x \cdot 5 + 2x \cdot 8 = 3990</math></p> <p><math>5x + 16x = 3990</math></p> <p><math>21x = 3990</math>    : 21</p> <p><math>x = 190</math></p>	<p>2</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>	<p>Korrekte Gleichung</p> <p>Zus. gefasst</p> <p>Korrekt berechnet</p>

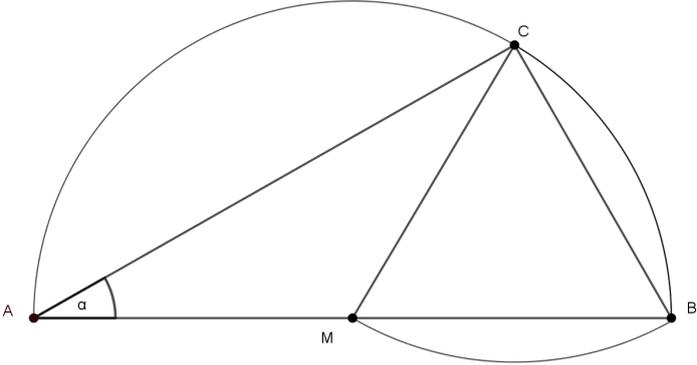
<i>Es benötigt <u>190 5dl – Flaschen und 380 8dl – Flaschen.</u></i>	0.5	Antwortsatz  Lösung durch Ausprobieren: -2P Pro Fehler: -0.5P
--	-----	--

**6. Textaufgabe****4 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Verdoppelt man das Zehnfache einer um 3 verkleinerten Zahl, so erhält man 10 weniger, als wenn man das Zehnfache der um 1 vergrößerten Zahl nimmt. Um welche Zahl handelt es sich? Die Aufgabe muss mit einer Gleichung gelöst werden. Schreiben Sie einen Antwortsatz.</p>		
<i>Unbekannte Zahl: <math>x</math></i>		
$2 \cdot 10(x - 3) + 10 = 10(x + 1)$	2	Korrekte Gleichung
$20x - 60 + 10 = 10x + 10$	0.5	Klammern aufgelöst
$20x - 50 = 10x + 10 \quad \begin{array}{l}   -10x \\   +50 \end{array}$		
$10x = 60 \quad  :10$	0.5	x separiert
$x = 6$	0.5	Korrekt berechnet
<i>Die gesuchte Zahl ist <u>6.</u></i>	0.5	Antwortsatz Lösung durch Ausprobieren: -2P Pro Fehler: -0.5P
Alternative:		
$2 \cdot 10(x - 3) = 10(x + 1) - 10$		
$20x - 60 = 10x + 10 - 10$		
$20x - 60 = 10x \quad \begin{array}{l}   -10x \\   +60 \end{array}$		
$10x = 60 \quad  :10$		
$x = 6$		
<i>Die gesuchte Zahl ist <u>6.</u></i>		Korrektur analog obere Lösung

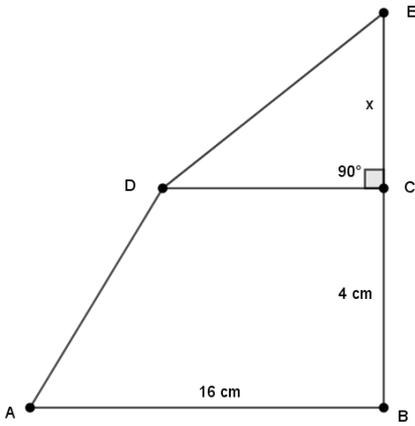
## 7. Geometrie: Winkel

2.5 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
 <p>Thaleskreis: <math>\sphericalangle ACB = 90^\circ</math></p> <p><math>\Delta MBC</math>: <math>\overline{MC} = \overline{MB}</math> und <math>\overline{MC} = \overline{CB} \rightarrow \Delta MBC</math> ist gleichseitig und alle Winkel <math>60^\circ</math></p> <p>Somit: <math>\sphericalangle CMA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ</math>  <math>\sphericalangle ACM = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ</math></p> <p>Damit: <math>\underline{\underline{\alpha}} = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = \underline{\underline{30^\circ}}</math></p> <p>Bzw.: <math>\Delta AMC</math> ist gleichschenkelig <math>\rightarrow \underline{\underline{\alpha = 30^\circ}}</math></p>	<p>0.5</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>	<p>Pro Fehler: -0.5P</p> <p>Fehlende Einheit im Resultat: -0.5P</p>

8. Geometrie: Trapez/Dreieck

3 Punkte

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Das Trapez ABCD hat einen Flächeninhalt von <math>A = 48 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>Das rechtwinklige Dreieck DCE besitzt den halben Flächeninhalt des Trapezes.</p> <p>Berechnen Sie die Länge der Strecke x des Dreieckes</p>  <p>Trapez: Strecke <math>\overline{CD}</math></p> $\text{Fläche Trapez} = 48 \text{ cm}^2 = \frac{16 \text{ cm} + \overline{CD}}{2} \cdot 4 \text{ cm}$ $\overline{CD} = \frac{48 \text{ cm}^2}{4 \text{ cm}} \cdot 2 - 16 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$ <p>Dreieck: Strecke x</p> $\text{Fläche Dreieck} = 24 \text{ cm}^2 = \frac{\overline{CD} \cdot x}{2}$ $\underline{\underline{x}} = \frac{24 \text{ cm}^2 \cdot 2}{\overline{CD}} = \frac{24 \text{ cm}^2 \cdot 2}{8 \text{ cm}} = \underline{\underline{6 \text{ cm}}}$	<p>0.5</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>1</p>	<p>Korr. Ansatz</p> <p>Formel korrekt, korrekt berechnet</p> <p>Korr. Ansatz</p> <p>Formel korrekt, korrekt berechnet</p> <p>Pro Fehler: -0.5P Fehlende Einheit im Resultat: -0.5P</p>

**9. Geometrie: Kreisel**

**4 Punkte**

Lösungen	Punkte	Hinweise
<p>Gegeben ist untenstehender Kreisel. Die Höhe des Kegels beträgt <math>h = 6\text{cm}</math>. Der Durchmesser der Halbkugel ist <math>d = 4\text{cm}</math>.</p> <p>a) Berechnen Sie das Volumen des gesamten Kreisels, wobei <math>V_{Kugel} = \frac{4\pi r^3}{3}</math>, und geben Sie das Resultat in <math>\text{dm}^3</math> an, gerundet auf drei Stellen nach dem Komma. (2.5 Punkte)</p> <p>b) Berechnen Sie die Länge <math>s</math> der Seitenlinie des Kegels. Geben Sie das Resultat in <math>\text{cm}</math> an, gerundet auf zwei Stellen nach dem Komma. (1.5 Punkte)</p> <p>a) <b>Volumen Kreisel:</b></p> $\text{Radius Kugel: } r = \frac{d}{2} = \frac{4\text{cm}}{2} = 2\text{cm}$ $\text{Volumen Halbkugel: } \frac{4\pi r^3}{3} : 2 \text{ bzw. } \frac{4\pi r^3}{6} = \frac{4\pi(2\text{cm})^3}{6}$ $= 16.755 \dots \text{cm}^3 = 16.76\text{cm}^3$ $\text{Volumen Kegel: } \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi(2\text{cm})^2 \cdot 6\text{cm}}{3} = 25.132 \dots \text{cm}^3$ $= 25.13\text{cm}^3$ $\text{Volumen Kreisel: } \text{Volumen Halbkugel} + \text{Volumen Kegel}$ $= 16.76\text{cm}^3 + 25.13\text{cm}^3 = 41.89\text{cm}^3$ $= \underline{\underline{0.042\text{dm}^3}}$ <p>b) <b>Seitenlinie <math>s</math>:</b></p> $\text{Radius Kegel: } r = 2\text{cm}$ $\text{Höhe Kegel: } h = 6\text{cm}$ $\text{Seitenlinie } s: \text{ Pythagoras } r^2 + h^2 = s^2$ $(2\text{cm})^2 + (6\text{cm})^2 = s^2$ $4\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2 = s^2$ $40\text{cm}^2 = s^2 \quad  \sqrt{\phantom{x}}$ $6.324 \dots \text{cm} = s$ $\underline{\underline{6.32\text{cm} = s}}$	<p>0.5</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>	<p>Formel korrekt, korrekt berechnet</p> <p>Formel korrekt, korrekt berechnet</p> <p>Korrekt berechnet</p> <p>Korrekte Einheit, korrekt gerundet</p> <p>Korrekte Formel</p> <p>Korrekt berechnet</p> <p>Korrekte Einheit, korrekt gerundet</p> <p>Pro Fehler: -0.5P Fehlende Einheit im Resultat: -0.5P</p>